MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI
O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
JIZZAX FILIALI

# KOMPYUTER ILMLARI VA MUHANDISLIK TEXNOLOGIYALARI

## XALQARO ILMIY-TEXNIK ANJUMAN MATERIALLARI TO‘PLAMI

## 1-QISM

26-27-SENTABR
2025-YIL

doi

Google Scholar

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETINING JIZZAX FILIALI**

# KOMPYUTER ILMLARI VA MUHANDISLIK TEXNOLOGIYALARI

***mavzusidagi Xalqaro ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami***

**(2025-yil 26-27-sentabr)**

**1-QISM**

**JIZZAX-2025**

Kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari. Xalqaro ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami – Jizzax: O‘zMU Jizzax filiali, 2025-yil 26-27-sentabr. 355-bet.

Xalqaro miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallarida zamonaviy kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari sohasidagi innovatsion tadqiqotlar aks etgan.

Globallashuv sharoitida davlatimizni yanada barqaror va jadal sur’atlar bilan rivojlantirish bo‘yicha amalga oshirilayotgan islohotlar samarasini yaxshilash sohasidagi ilmiy-tadqiqot ishlariga alohida e’tibor qaratilgan. Zero iqtisodiyotning, ijtimoiy sohalarni qamrab olgan modernizatsiya jarayonlari, hayotning barcha sohalarini liberallashtirishni talab qilmoqda.

Ushbu ilmiy ma’ruza tezislari to‘plamida mamlakatimiz va xorijlik turli yo‘nalishlarda faoliyat olib borayotgan mutaxassislar, olimlar, professor-o‘qituvchilar, ilmiy tadqiqot institutlari va markazlarining ilmiy xodimlari, tadqiqotchilari, magistr va talabalarning ilmiy-tadqiqot ishlari natijalari mujassamlashgan.



Mazkur to‘plamga kiritilgan ma’ruza tezislarining mazmuni, undagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to‘g‘riligi hamda tanqidiy fikr-mulohazalar, keltirilgan takliflarga mualliflarning o‘zlari mas’uldirlar.

# НОВАЯ ПОСТАНОВКА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В ДЕФОРМАЦИЯХ

**А.А. Бобоназаров, Р.А. Рахмонова, С. Пулатов**
Самаркандский филиал Ташкентского университета
информационных технологий
djumayozov@bk.ru

**Аннотация:** Краевые задачи в теории упругости формулируются относительно перемещений, необходимые деформации и напряжения вычисляются по перемещениям. При этом эти вычисления сопровождаются с определенной погрешностью численного дифференцирования. Формулировка краевых задач относительно напряжений и деформаций позволяют избежать этих погрешностей. Выписана формулировка краевых задач теории упругости в деформациях. В рамках условий совместности деформаций выписаны дифференциальные уравнения деформаций, и соответствующими граничными и дополнительными граничными условиями составляют краевую задачи теории упругости в деформациях. Сформулирована двумерная краевая задача теории упругости.

**Ключевые слово:** деформация, условия Сен-Венана, упругость, напряжения, краевая задача.

Согласно работе [1, 4] дифференциальное уравнение совместности деформаций можно записать в следующем виде

$$\nabla^2\varepsilon_{ij} + K\theta_{,ij} = -\frac{1}{2\mu}(X_{i,j} + X_{j,i}), \text{ где } K = \frac{\lambda+\mu}{\mu}, \tag{1}$$

где $\lambda -, \mu -$ упругие постоянные, $\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$, $X_i -$ объемные силы.

Предположим, что объемные силы являются потенциальными, т.е. $X_i = \varphi_{,i}$ тогда уравнение (1) принимает следующий вид

$$\nabla^2\varepsilon_{ij} + K\theta_{,ij} = -\frac{1}{2\mu}(\varphi_{,ij} + \varphi_{,ji}), \tag{2}$$

после некоторых преобразований можно найти следующее уравнение

$$\nabla^2\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{2(\lambda+2\mu)}(X_{i,j} + X_{j,i}), \tag{3}$$

которые представляет собой систему шести дифференциальных уравнений Лапласа относительно деформаций, и с соответствующими тремя поверхностными граничными условиями [2]

$$(\lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij})n_j\Big|_{\sum_2} = S_i, \tag{4}$$

а также тремя дополнительными граничными условиями

$$(\lambda\theta_{,i} + 2\mu\varepsilon_{ij,j} + X_i)\big|_{\Sigma} = 0. \tag{5}$$

Конечно-разностные уравнения (3-5) могут быть решены методом итерации также можно решать методом переменных направлений [2, 3].

Пусть прямоугольная пластина размером $l_1=2a$ и $l_2=2b$ находится под действием параболической нагрузки, приложенной по противоположным сторонам перпендикулярным к оси $OX$. Остальные стороны свободны от нагрузок. Это задача с исползованием функции напряжений Эри и условия минимизации энергии деформации была решена в работе Тимошенко и Гудьера [5].

$$\text{при } x=\pm a:\ \sigma_{11}=S\left(1-\frac{y^2}{a^2}\right),\quad \sigma_{12}=0, \tag{6}$$

$$\text{при } y=\pm b:\ \sigma_{22}=0,\qquad \sigma_{21}=0. \tag{7}$$

при этом исходные данные имели следующие значения (материал сталь):

$$E=2\cdot 10^6\,\frac{кг}{см^2},\ \nu=\frac{1}{3},\ \ a=1\ см,\ b=1\ см,\ S=1,\ h_1=h_2=0.2\ см.$$

Таблица 1. Сравнение тензора напряжений $\sigma_{11}$ в середине прямоугольника

| *Задачи при y=0;* | *x=-1* | *x=-0.8* | *x=-0.6* | *x=-0.4* | *x=-0.2* | *x=0* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Тимошенко-Гудьер [5]* | 1.000 | 0.978 | 0.930 | 0.880 | 0.843 | 0.830 |
| *Краевая задача (3)* | 1.000 | 0.880 | 0.813 | 0.777 | 0.760 | 0.755 |

Таблица 2. Сравнение тензора напряжений $\sigma_{11}$ в середине прямоугольника

| *Задачи при x=0;* | *y=0* | *y=0.2* | *y=0.4* | *y=0.6* | *y=0.8* | *y=1* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Тимошенко-Гудьер [5]* | 0.830 | 0.810 | 0.751 | 0.654 | 0.517 | 0.340 |
| *Краевая задача (3)* | 0.755 | 0.750 | 0.737 | 0.722 | 0.711 | 0.711 |

По таблице 1-2 можно увидеть, что результаты тензора напряжений $\sigma_{11}$, полученные разными задачами очень близки и сравнение результатом Тимошенко-Гудьера показывает справедливость полученных результатов и достоверность модельных уравнений.

**Список использованной литературы:**


1. Novatsky, V. “The Theory of Elasticity,” Moscow: Mir, 1975, -872 p.

2. Khaldjigitov A.A., Djumayozov U.Z. Numerical Solution of the Two-Dimensional Elasticity Problem in Strains // Mathematics and Statistics. №5, Vol 10, 2022, 1081-1088. DOI: 10.13189/ms.2022.100518

3. Turimov, D.; Khaldjigitov, A.; Djumayozov, U.; Kim, W. Formulation and Numerical Solution of Plane Problems of the Theory of Elasticity in Strains. Mathematics 2024, 12, 71. https://doi.org/10.3390/math12010071

4. Samarski A.A., Nikolaev E.S. “Methods for solving grid equations,” Moscow: «Science», 1978, -592 p.

5. Timoshenko, S. P., Goodier, J. N. “Theory of Elasticity,” McGraw-Hill, 1970, -752 p.