MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI
O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
JIZZAX FILIALI

KOMPYUTER ILMLARI VA MUHANDISLIK TEXNOLOGIYALARI

XALQARO ILMIY-TEXNIK ANJUMAN MATERIALLARI TO‘PLAMI

1-QISM

26-27-SENTABR
2025-YIL

doi Google Scholar

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETINING JIZZAX FILIALI

KOMPYUTER ILMLARI VA MUHANDISLIK TEXNOLOGIYALARI

mavzusidagi Xalqaro ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami

(2025-yil 26-27-sentabr)

1-QISM

JIZZAX-2025

Kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari. Xalqaro ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami – Jizzax: O‘zMU Jizzax filiali, 2025-yil 26-27-sentabr. 355-bet.

Xalqaro miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallarida zamonaviy kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari sohasidagi innovatsion tadqiqotlar aks etgan.

Globallashuv sharoitida davlatimizni yanada barqaror va jadal sur’atlar bilan rivojlantirish bo‘yicha amalga oshirilayotgan islohotlar samarasini yaxshilash sohasidagi ilmiy-tadqiqot ishlariga alohida e’tibor qaratilgan. Zero iqtisodiyotning, ijtimoiy sohalarni qamrab olgan modernizatsiya jarayonlari, hayotning barcha sohalarini liberallashtirishni talab qilmoqda.

Ushbu ilmiy ma’ruza tezislari to‘plamida mamlakatimiz va xorijlik turli yo‘nalishlarda faoliyat olib borayotgan mutaxassislar, olimlar, professor-o‘qituvchilar, ilmiy tadqiqot institutlari va markazlarining ilmiy xodimlari, tadqiqotchilari, magistr va talabalarning ilmiy-tadqiqot ishlari natijalari mujassamlashgan.

Mazkur to‘plamga kiritilgan ma’ruza tezislarining mazmuni, undagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to‘g‘riligi hamda tanqidiy fikr-mulohazalar, keltirilgan takliflarga mualliflarning o‘zlari mas’uldirlar.

НОВАЯ ПОСТАНОВКА ТЕРМО-УПРУГОСТИ В ДЕФОРМАЦИЯХ

М.Н.Абдирахмонова, Р.А. Рахмонова, Н.Ф. Эшманова
Самаркандский филиал Ташкентского университета
информационных технологий

Аннотация: Статья посвящена формулировке краевых задач термоупругости относительно деформаций. В рамках условий совместности деформаций Сен-Венана, сформулированы два варианта краевых задач термоупругости относительно деформаций. В первая краевая задача состоит из трех недиагональных дифференциальных уравнений совместности температурных деформаций и трех уравнений равновесия выраженных относительно деформаций.

Ключевые слово: деформация, температура, условия Сен-Венана, напряжение, краевая задача, уравнения равновесия, граничные условия, метод итерации, метод прогонки.

Дифференциальные уравнения совместности термоупругих деформаций при отсутствии объемных сил имеют вид [1, 2]

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + K\theta_{,ij} = \frac{(3\lambda + 2\mu)\alpha}{2\mu} T_{,ij}, \tag{1}$$

умножая уравнения (1) на δ_{ij} найдем, что

$$\nabla^2 \theta + K\nabla^2 \theta = \frac{(3\lambda + 2\mu)\alpha}{2\mu} \nabla^2 T, \tag{2}$$

или

$$(1+K)\nabla^2 \theta = \frac{(3\lambda + 2\mu)\alpha}{2\mu} \nabla^2 T, \tag{3}$$

с учетом, что $K = 1 + \dfrac{\lambda}{\mu}$, можно найти, что

$$\nabla^2 \theta = \nabla^2 \left(\frac{(3\lambda + 2\mu)\alpha}{2(\lambda + 2\mu)} T\right), \tag{4}$$

из последнего уравнения можно найти, что

$$\theta = \frac{(3\lambda + 2\mu)\alpha}{2(\lambda + 2\mu)} T + C. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (1), найдем следующее уравнение

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + \frac{(\lambda + \mu)(3\lambda + 2\mu)\alpha}{2\mu(\lambda + 2\mu)} T_{,ij} = \frac{(3\lambda + 2\mu)\alpha}{2\mu} T_{,ij}, \tag{6}$$

из последнего уравнения (6) после упрощения можно найти следующее уравнение Пуассона относительно шести компонентов тензора деформаций

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} = \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \alpha T_{,ij}, \tag{7}$$

с соответствующими тремя поверхностными граничными условиями

$$(\lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} - (3\lambda+2\mu)\alpha T_{ij})n_j\Big|_{\sum_2} = S_i, \tag{8}$$

а также тремя дополнительными граничными условиями, полученными на основе уравнений равновесия

$$(\lambda\theta,_i + 2\mu\varepsilon_{ij,j} - (3\lambda+2\mu)\alpha T_{ij,j} + X_i)\big|_\Sigma = 0. \tag{9}$$

Уравнения (7-9) представляют собой новую краевую задачу термоупругости в деформациях (***Задача А***). Краевую задачу (7-9) рассмотрим в двумерном случае для прямоугольной области т.е. (***Задача A^{2D}***)

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial y^2} = \alpha\frac{3\lambda+2\mu}{2(\lambda+2\mu)}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2},\\
&\frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial y^2} = \alpha\frac{3\lambda+2\mu}{2(\lambda+2\mu)}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2},\\
&\frac{\partial^2\varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{12}}{\partial y^2} = \alpha\frac{3\lambda+2\mu}{2(\lambda+2\mu)}\frac{\partial^2 T}{\partial x\partial y},
\end{aligned} \tag{10}$$

с соответствующими граничными условиями на сторонах прямоугольника

$$\sigma_{ij}n_j\,|_{x=0,l_1} = \varphi_i(y), \quad \sigma_{ij}n_j\,|_{y=0,l_2} = \gamma_i(x), \tag{11}$$

а также “дополнительными” условиями на границе прямоугольника – *Г:*

$$\begin{aligned}
&\left[(\lambda+2\mu)\frac{\partial\varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda\frac{\partial\varepsilon_{22}}{\partial x} + 2\mu\frac{\partial\varepsilon_{12}}{\partial y} - (3\lambda+2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial x}\right]\Big|_\Gamma = 0,\\
&\left[(\lambda+2\mu)\frac{\partial\varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda\frac{\partial\varepsilon_{11}}{\partial y} + 2\mu\frac{\partial\varepsilon_{21}}{\partial x} - (3\lambda+2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial y}\right]\Big|_\Gamma = 0.
\end{aligned} \tag{12}$$

В этих уравнениях температурное поле *T(x, y)* как решение уравнения теплопроводности считается известным [2, 3].

Пусть защемленный со всех сторон прямоугольная пластина находится в заданном температурном поле, т.е. [2]

$$T = T_0 \sin\frac{\pi x}{l_1}\sin\frac{\pi y}{l_2}, \tag{13}$$

со следующими краевыми условиями:

$$\begin{aligned}
&\sigma_{11}\,|_{x=0,l_1} = 0,\ \sigma_{12}\,|_{x=0,l_1} = 0,\\
&\sigma_{22}\,|_{y=0,l_2} = 0,\ \sigma_{21}\,|_{y=0,l_2} = 0
\end{aligned} \tag{14}$$

Исходные данные параметров имеют следующие безразмерные значения

$$\lambda = 1.5,\ \mu = 0.75,\ \alpha = 0.125,\ T_0 = 20^\circ C,\ l_1 = l_2 = 1,\ N_1 = N_2 = 10.$$

Таблица 1. Сравнение напряжений σ_{11} в середине пластины при *y=0.5*

Задачи y=0.5;	*x=0*	*x=0.1*	*x=0.2*	*x=0.3*	*x=0.4*	*x=0.5*
Краевая задача (25) A^{2D}	0.000	1.163	2.211	3.043	3.577	3.760
Задача в перемещениях [1]	0.000	2.699	3.023	3.398	3.677	3.778
Задача в напряжениях [2]	0.000	1.151	2.188	3.012	3.541	3.723

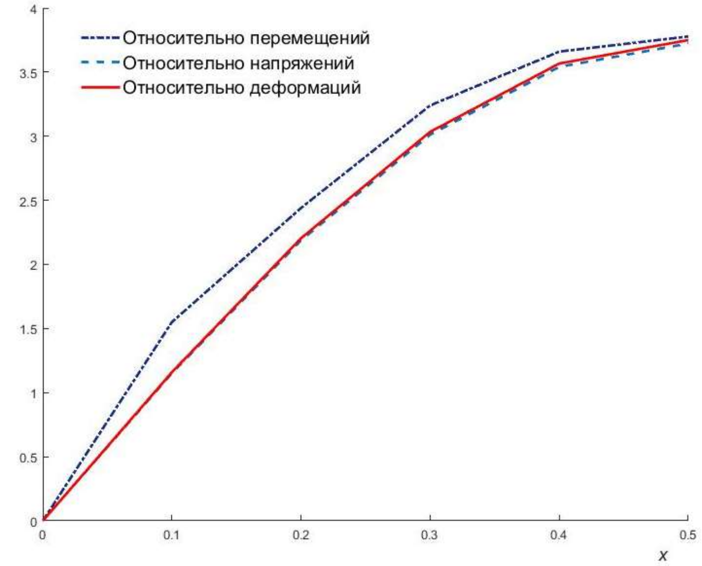

Рис 1. Сравнение значения напряжений σ_{11} в середине прямоугольника

Термоупругая задача сведена к системе шести уравнений Пуассона относительно компонентов тензора деформаций с температурной правой частью. При формулировке краевых задач на ряду с естественными граничными условиями, введены также три дополнительных условий в рамках уравнений равновесия. Конечно-разностным методом составлены сеточные уравнения, решаемые итерационным методом и методом переменных направлений в сочетании с методом прогонки.

Литература:

1. Каландаров А.А. Численное моделирование термоупругих задач для изотропных и анизотропных тел. Диссертационная работа, Ташкент 2019, 140 ст.
2. A.A. Khaldjigitov., O. Tilovov. & Z. Xasanova. “A new approach to problems of thermoelasticity in stresses,” Journal of Thermal Stresses, 47(9), pp. 1228–1241. https://doi.org/10.1080/01495739.2024.2379803
3. Turimov D., Khaldjigitov A., Djumayozov U., Wooseong Kim. “Formulation and Numerical Solution of Plane Problems of the Theory of Elasticity in Strains,” Mathematics 2024, 12, 71. https://doi.org/10.3390/ math12010071
4. Khaldjigitov A, Djumayozov U, Tilovov O. “A new approach to numerical simulation of boundary value problems of the theory of elasticity in stresses and strains,” «EUREKA: Physics and Engineering» №2 pp 107-120. https://doi.org/10.21303/2461-4262.2023.002713