

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI**

**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETINING
JIZZAX FILIALI**



**RAQAMLI JAMIYATDA FAN VA TA’LIMNING INTEGRATSIYALALASHUVI:
MATEMATIKA, IQTISOD, PEDAGOGIKA VA PSIXOLOGIYANING YANGI
YONDASHUVLARI**
mavzusidagi Respublika ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami
(2026-yil 20-21-aprel)

JIZZAX-2026

Raqamli jamiyatda fan va ta’limning integratsiyalalashuvi: matematika, iqtisod, pedagogika va psixologiyaning yangi yondashuvlari. Respublika ilmiy-texnik anjuman materiallari to’plami – Jizzax: O‘zMU Jizzax filiali Amaliy matematika kafedrası, 2026-yil 20-21-aprel 505-bet.

Respublika miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallarida zamonaviy kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari sohasidagi innovatsion tadqiqotlar aks etgan.

Globallashuv sharoitida davlatimizni yanada barqaror va jadal sur’atlar bilan rivojlantirish bo’yicha amalga oshirilayotgan islohotlar samarasini yaxshilash sohasidagi ilmiy-tadqiqot ishlariga alohida e’tibor qaratilgan. Zero iqtisodiyotning, ijtimoiy sohalarini qamrab olgan modernizatsiya jarayonlari, hayotning barcha sohalarini liberallashtirishni talab qilmoqda.

Ushbu ilmiy ma’ruza tezislari to’plamida mamlakatimiz va xorijlik turli yo’nalishlarda faoliyat olib borayotgan mutaxassislar, olimlar, professor-o’qituvchilar, ilmiy tadqiqot institutlari va markazlarining ilmiy xodimlari, tadqiqotchilari, magistr va talabalarning ilmiy-tadqiqot ishlari natijalari mujassamlashgan.

Mas’ul muharrirlar: DSc.prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Baboyev A.M.

Tahrir hay’ati a’zolari: p.f.d.(DSc), prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Tovboyev, t.f.n., dots. Baboyev A.M., t.f.f.d.(PhD), prof. Abduraxmanov R.A., p.f.f.d.(PhD) Eshankulov B.S., p.f.n., dots. Alimov N.N., p.f.f.d.(PhD), dots. Alibayev S.X., t.f.f.d.(PhD), dots. Abdumalikov A.A, p.f.f.d.(PhD) Hafizov E.A., f.f.f.d.(PhD), dots. Sindorov L.K., t.f.f.d.(PhD), dots. Nasirov B.U., b.f.f.d. (PhD) O’ralov A.I., p.f.n., dots. Aliqulov S.T., t.f.f.d.(PhD) Kuvandikov J.T., i.f.n., dots. Tsoy M.P., Sharipova S.F., Jo’rayev M.M.

Mazkur to’plamga kiritilgan ma’ruza tezislarning mazmuni, undagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to’g’riligi hamda tanqidiy fikr-mulohazalar, keltirilgan takliflarga mualliflarning o’zlari mas’uldirlar.

$$\|\varepsilon\|_X \leq \frac{1}{m_0} \|\rho\|_{U^*} + \frac{M_0}{m_0} \|\zeta\|_X, \quad (23)$$

$$\|\sigma\|_X \leq \frac{M_0}{m_0} \|\rho\|_{U^*} + M_0 \left(1 + \frac{M_0}{m_0}\right) \|\zeta\|_X. \quad (24)$$

Кроме того, в силу теоремы вложения и эквивалентности норм на пространствах U и $[H^1(\Omega)]^n$ получаем:

$$\|u\|_{[L_2(\Omega)]^n} \leq c \|u\|_{[H^1(\Omega)]^n} \leq c_0 \|u\|_U \leq \frac{c_0}{m_0} (\|\rho\|_{U^*} + M_0 \|\zeta\|_X) \quad (25)$$

Следовательно, решение обобщенной краевой задачи (19) – (21) существует.

Покажем теперь что, система уравнений (19) - (21) имеет единственное решение. В самом деле, пусть $(u^{(1)}, \sigma^{(1)}, \varepsilon^{(1)}) \in U \times X \times X$ и $(u^{(2)}, \sigma^{(2)}, \varepsilon^{(2)}) \in U \times X \times X$ - два решения, удовлетворяющие уравнениям (19) - (21). Подставляя оба решения в уравнения (19) - (21) и вычитая одни равенства из других находим:

$$\begin{cases} (\varepsilon^{(1)} - \varepsilon^{(2)}, \varpi)_X = (Bu^{(1)} - Bu^{(2)}, \varpi)_X, \quad \forall \varpi \in X \\ (\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}, \tau)_X = (\mathfrak{D}\varepsilon^{(1)} - \mathfrak{D}\varepsilon^{(2)}, \tau)_X, \quad \forall \tau \in X \\ (\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}, Bv)_X = 0, \quad \forall v \in U \end{cases} \quad (26)$$

Для любого решения задачи справедливы оценки (22) - (25). Из них вытекает:

$$\|u^{(1)} - u^{(2)}\|_{\|L_2(\Omega)\|^n} = \|\varepsilon^{(1)} - \varepsilon^{(2)}\|_X = \|\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}\|_X = 0 \quad (27)$$

Следовательно, $(u^{(1)}, \sigma^{(1)}, \varepsilon^{(1)}) = (u^{(2)}, \sigma^{(2)}, \varepsilon^{(2)})$, в смысле равенства элементов $\|L_2(\Omega)\|^n \times X \times X$. Таким образом, решение обобщенной краевой задачи (19) - (21) существует и единственно.

Список литературы:

1. Абдуллаев О., Чирков А.Ю. смешанная проекционно-сеточная схема МКЭ решение краевых задач теории упругости /Самарканд Госуниверситет – Самарканд, 1989. – 74 с.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир 1975 г. – 56 с.
3. Карпиловский В.С. Метод конечных элементов и задачи теории упругости. – Киев:«Софія А», 2022. – 275 с.
4. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. – М.Наука, 1981. -416 с.
5. Рейснер Э. О некоторых вариационных теоремах теории упругости // Проблемы механики сплошной среды. – М.: АН СССР, 1961. С.328-337
6. Розин Л.А. Вариационные постановки задач для упругих систем. – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1978 г. -224 с.
7. Постнов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. Л.: Судостроение, 1974. -344 с.
8. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. – М.: Наука, 1988. – 333с
9. Сливкер В.И. Смешанный вариационный принцип строительной механики, порождаемый выпуклым функционалом // Исследования по теоретическим основам расчета строительных конструкций. – Л., 1983 г. С 114-121.

НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧИ ПЛАСТИН В НАПРЯЖЕНИЯХ

А.Б. Ахмедов¹, Н. Ибрагимова².

¹Зав. Кафедрой Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,
E-mail: ahmedov-1956@mail.ru

²Базовый докторант Национальный университет Узбекистана имени Мирзо
Улугбека

Теория тонких пластин, берущих начало от работ Кирхгофа-Бернулли, основанное на гипотезах и упрощающих предположениях, сводится к решению бигармонического уравнения Софи-Жермена относительно прогиба. Для пластин средней толщины, Тимошенко[1] вводя деформацию сдвига поперечных волокон и инерцию вращения, сформулировал краевую задачу относительно прогиба и угла сдвига в виде систему дифференциальных уравнений частных производных эллиптического типа. Эти исследования нашли логическое продолжение в работах Рейснера-Миндлина, где априори была предложена параболический и кубический закон распределения для тангенциальных и нормальных к срединной плоскости напряжений[2]. В работах[3] по теориям повышенного порядка точности (Higher-Order Shear Deformation Theories) – HSDT, вышеуказанные подходы получили дальнейшее развитие с включением членов более высокого порядка точности по нормальной координате. Вследствие чего появилась возможности исследования прочности и жесткости толстых и анизотропных пластин.

В отличие от теорий более высокого порядка, основанных на перемещениях, предлагаемая в данной работе формулировка теории пластин, выводится непосредственно из трехмерных уравнений упругости в напряжениях, с одновременным удовлетворением уравнениям равновесия и совместимости в напряжениях

Здесь, на основе корректной постановки задачи теории упругости Б.Е.Победри[4] предлагается новая теория пластин в напряжениях. Предложенная в данной работе постановка задачи в напряжениях, обходит существующие ограничения теории пластин в перемещениях, непосредственно обеспечивая условия выполнения уравнений равновесия и совместимости Бельтрами-Митчелла. Более того подход обеспечивает решения задач с сингулярными типами воздействия сосредоточенных и локализованных самоуравновешенных нагрузок на пластину.

С целью упрощения выкладок для рассматриваемой задачи предположим, что на пластину действуют только поверхностные нагрузки ($X_i = 0$) и прямоугольная декартова система координат расположена в геометрическом центре рассматриваемой пластины. Нормальную, к срединной плоскости пластины координату, обозначая через $-z$, будем иметь координатную систему- Ox_1x_2z , тогда в индексах тензора напряжений следует ввести замену $3 \rightarrow z$, следовательно, уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j} + \sigma_{iz,z} = 0 \\ \sigma_{zj,j} + \sigma_{zz,z} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

и Бельтрами-Митчелла (1.6) примут вид:

$$\begin{cases} \Delta \sigma_{ij} + \sigma_{ij,zz} + \frac{1}{1+\nu} (\sigma_{kk} + \sigma_{zz})_{,ij} = 0 \\ \Delta \sigma_{iz} + \sigma_{iz,zz} + \frac{1}{1+\nu} (\sigma_{kk} + \sigma_{zz})_{,iz} = 0 \\ \Delta \sigma_{zz} + \frac{2+\nu}{1+\nu} \sigma_{zz,zz} + \frac{1}{1+\nu} \sigma_{kk,zz} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $i, j = 1, 2$. Предположим, что на противоположных плоскостях пластины, по нормальной координате $-z$ заданы нормальные $-q_z^\pm(x_1, x_2)$, и тангенциальные нагрузки $-q_i^\pm(x_1, x_2)$. Тогда с учетом уравнений равновесия на этой грани будем иметь шесть граничных условий относительно шести компонент симметричного тензора напряжений:

$$\begin{cases} \sigma_{zi} = q_i^{\pm}(x_1, x_2), \\ \sigma_{zz} = q_z^{\pm}(x_1, x_2), \\ \sigma_{iz,z} = -\sigma_{ij,j}, \\ \sigma_{zz,z} = -q_{i,i}^{\pm}(x_1, x_2), \end{cases} \quad \text{при } z = \pm \frac{h}{2} \quad (3)$$

Для пластин, введя новую переменную, $\xi = \frac{z}{h}$ искомое решение в напряжениях представим в виде полинома по нормальной координате z [6]:

$$\begin{cases} \sigma_{zz} = \frac{1}{h} N_z + \frac{12}{h^2} M_z \xi - \Phi_2(\xi) C_z - \Phi_3(\xi) D_z \\ \sigma_{iz} = \frac{Q_i}{h} + \frac{12}{h^2} T_i \xi - \Phi_2(\xi) C_i - \Phi_3(\xi) D_i \\ \sigma_{ij} = \frac{N_{ij}}{h} + \frac{12}{h^2} M_{ij} \xi - \Phi_2(\xi) C_{ij} - \Phi_3(\xi) D_{ij} \end{cases} \quad (4)$$

где,

$$\begin{pmatrix} N_z \\ Q_i \\ N_{ij} \end{pmatrix} = h \int_{-1/2}^{1/2} \begin{pmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{iz} \\ \sigma_{ij} \end{pmatrix} d\xi, \quad \begin{pmatrix} M_z \\ T_i \\ M_{ij} \end{pmatrix} = h^2 \int_{-1/2}^{1/2} \begin{pmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{iz} \\ \sigma_{ij} \end{pmatrix} \xi d\xi,$$

$$\Phi_2(\xi) = \frac{h^2}{12} (1 - 12\xi^2), \Phi_3(\xi) = \frac{3h^3}{20} \left(1 - \frac{20}{3}\xi^2\right) \xi,$$

После удовлетворения граничных условий (3) для нормальных σ_{zz} и касательных σ_{iz} напряжений будем иметь следующие выражения:

$$\begin{cases} \sigma_{zz} = -\frac{h}{4} (q_{k,k} + 4m_{k,k} \xi) f(\xi) + \frac{1}{2} (1 + 3\xi - 4\xi^3) q_z^+ + \frac{1}{2} (1 - 3\xi + 4\xi^3) q_z^- \\ \sigma_{iz} = \frac{3}{2} \left(\frac{Q_i}{h} + 20 \frac{T_i}{h^2} \xi \right) (1 - 4\xi^2) - \\ \frac{1}{4} (1 + 6\xi - 12\xi^2 - 40\xi^3) q_i^+ - \frac{1}{4} (1 - 6\xi - 12\xi^2 + 40\xi^3) q_i^- \\ M_z = \frac{h^2}{10} q_z + \frac{h^2}{60} m_{i,i} \quad N_z = m_z + \frac{h^2}{12} q_{i,i}, \quad C_z = -\frac{1}{2h} q_{i,i}, \quad D_z = -\frac{2}{h^3} (q_z + m_{i,i}), \\ T_i = \frac{h^5}{360} C_{ij,j} + \frac{h^2}{12} q_i, \quad Q_i = -\frac{h^5}{240} D_{ij,j}, \quad C_i = 6 \frac{m_i}{h^3} + \frac{h^2}{40} D_{ij,j}, \quad D_i = -\frac{1}{3} C_{ij,j} \end{cases} \quad (5)$$

где $m_z = h \frac{q_z^+ + q_z^-}{2}$, $q_z = q_z^+ - q_z^-$, $m_i = h \frac{q_i^+ + q_i^-}{2}$, $q_i = q_i^+ - q_i^-$, $f(z) = \left(1 - 4 \frac{z^2}{h^2}\right)$.

В частности, из полученного выражения для σ_{zz} , σ_{iz} из (5) следует что, при воздействии самоуравновешенных нормальных нагрузок, т.е. $q_z^+ = q_z^- = \bar{q}_z$, $q_i^+ = q_i^- = 0$, будем иметь:

$$N_z = h \bar{q}_z, \quad M_z = 0, \quad \sigma_{zz} = \bar{q}_z, \quad \sigma_{iz} = \frac{3}{2} \left(\frac{Q_i}{h} + 20 \frac{T_i}{h^2} \xi \right) f(\xi)$$

а для случая воздействия нормальной нагрузки только на верхней поверхности пластины $q_z^+ = q_z$, $q_z^- = 0$, $q_i^+ = q_i^- = 0$, будем иметь:

$$N_z = \frac{h}{2} \bar{q}_z, \quad M_z = \frac{h^2}{10} \bar{q}_z, \quad \sigma_{zz} = \frac{1}{2} \left(1 + 3 \frac{z}{h} - 4 \frac{z^3}{h^3} \right) \bar{q}_z.$$

Полученные формулы для нормального напряжения σ_{zz} , в последнем случае, соответствует предложенной кубической формуле Рейсснера-Миндлина [3]. При этом, выражения для касательных напряжений оказалась развитием известных результатов С.П.Тимошенко. Компоненты тензора напряжений σ_{zz} и σ_{iz} вопреки известным классическим и уточненным теориям пластин нетривиальны и точно удовлетворяют заданным граничным условиям.

Таким образом, из последних 6 соотношений (5) имеем соответствующие выражения для определения 6 неизвестных в разложениях (4) - σ_{zz} , σ_{iz} . Остальные неизвестные функции координат Ox_1x_2 , участвующие в выражениях (4)-(5) подлежат к

определению. С целью их определения в уравнениях равновесия (1) и Бельтрами-Митчелла (2) произведем стандартную процедуру интегрирования по толщине рассматриваемой пластины:

$$\begin{cases} N_{ij,j} + q_i = 0 \\ M_{ij,j} - Q_i + m_i = 0 \\ Q_{i,i} + q_z = 0 \\ T_{i,i} - N_z + m_z = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \Delta N_{ij} + \sigma_{ij,z} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} + \frac{1}{1+\nu} (N_{kk} + N_z)_{,ij} = 0 \\ & \Delta M_{ij} + z \sigma_{ij,z} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} - \sigma_{ij} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} + \frac{1}{1+\nu} (M_{kk} + M_z)_{,ij} = 0 \\ & \Delta Q_i + \sigma_{iz,z} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} + \frac{1}{1+\nu} (\sigma_{kk} + \sigma_{zz})_{,i} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = 0 \\ & \Delta T_i + z \sigma_{iz,z} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} - \sigma_{iz} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} + \frac{1}{1+\nu} \left[z (\sigma_{kk} + \sigma_{zz})_{,i} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} - (N_{kk} + N_z)_{,i} \right] = 0 \\ & \Delta N_z + \frac{2+\nu}{1+\nu} \sigma_{zz,z} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} + \frac{1}{1+\nu} \sigma_{kk,z} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = 0 \\ & \Delta M_z + \frac{2+\nu}{1+\nu} \left(z \sigma_{zz,z} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} - \sigma_{zz} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \right) + \frac{1}{1+\nu} \left(z \sigma_{kk,z} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} - \sigma_{kk} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \right) = 0 \end{aligned} \right. \quad (7)$$

Из системы разрешающих с учетом граничных условий (3) после некоторых преобразований, будем иметь окончательную систему дифференциальных уравнений в частных производных относительно 10 неизвестных M_{ij}, N_{ij}, Q_i, T_i для определения которых будем иметь следующие две отдельные системы из 5 взаимосвязанных уравнений:

$$\begin{cases} N_{ij,j} + q_i = 0, \\ \Delta N_{kk} = \nu \Delta \left(m_z + \frac{h}{12} q_{k,k} \right) - \frac{1+\nu}{h} q_{k,k}, \\ \Delta T_i - \frac{60}{h^2} T_i + T_i = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} M_{ij,j} - Q_i + m_i = 0 \\ \Delta M_{kk} = \nu \frac{h^2}{10} \Delta \left(q_z + \frac{1}{6} m_{k,k} \right) - (1+\nu)(m_{k,k} + q_z) \\ \Delta Q_i - \frac{12}{h^2} (Q_i - m_i) + \frac{1}{1+\nu} \frac{12}{h} M_{kk,i} + F_i = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$F_i = q_{z,i} + \frac{12}{h^2} m_i - \frac{1}{5} \left[-\frac{2+\nu}{1+\nu} (m_{k,k} + q_z) + \frac{h^2}{10} \Delta \left(q_z - \frac{1}{6} m_{k,k} \right) \right]_{,i},$$

$$T_i = 5q_i + \frac{h^2}{12} \left[\frac{1}{1+\nu} q_{k,k} - \Delta \left(m_z + \frac{h^2}{12} q_{k,k} \right) \right]_{,i}$$

Система (8) и (9), состоящих из 5 взаимосвязанных уравнений в частных производных, позволяет, определить 5 неизвестных интегральных величин $-N_{ij}, T_i$ и M_{ij}, Q_i по отдельности в зависимости от типа воздействия внешних нагрузок, при наличии соответствующих граничных условий для различных типов закрепления краев пластины. Сложность их формулировки в напряжениях, заключается в том что, часть из них задаётся в перемещениях.

1. Пусть грани пластины, перпендикулярные к осям Ox_i свободны от нагрузок. Тогда соответствующие граничные условия для 6 компонент симметричного тензора напряжений на произвольных гранях пластины можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \sigma_{i1} = 0, \sigma_{i2} = 0, \sigma_{iz} = 0, \\ \sigma_{ij,j} + \sigma_{iz,z} = 0, \sigma_{zi,i} + \sigma_{zz,z} = 0, \end{cases} \quad \text{при } x_i = 0, l_i \quad (10)$$

Из полученных граничных условий (10) будем иметь соответствующие граничные условия для интегральных величин:

$$\begin{cases} N_{i1} = 0, N_{i2} = 0, M_{i1} = 0, M_{i2} = 0, T_i = 0, T_{k,k} - N_z + m_z = 0 \\ N_{ij,j} + q_i = 0, M_{ij,j} - Q_i + m_i = 0, Q_i = 0, Q_{k,k} + q_z = 0, \end{cases} \quad \text{при } x_i = 0, l_i \quad (11)$$

2. Здесь, следует заметить, произвольные граничные условия не всегда удается записать в терминах компонент тензора напряжений, например, жестко защемленные и шарнирно закрепленные края пластин задается в перемещениях. Пусть грани пластин, перпендикулярные осям Ox_i , шарнирно закреплены, следовательно

$$\begin{cases} u_{1,1} = 0, u_2 = 0, u_z = 0 \\ u_1 = 0, u_{2,2} = 0, u_z = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{при } x_1 = 0, l_1 \\ \text{при } x_2 = 0, l_2 \end{matrix} \quad (12)$$

откуда, в соответствующих гранях, с учетом закона Гука будем иметь,

$$\begin{cases} \sigma_{11} = 0, \sigma_{22} = 0, \sigma_{zz} = 0 \\ \sigma_{11} = 0, \sigma_{22} = 0, \sigma_{z1} = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{при } x_1 = 0, l_1 \\ \text{при } x_2 = 0, l_2 \end{matrix} \quad (13)$$

и с учетом уравнений равновесия получим следующие граничные условия

$$\begin{cases} \sigma_{z1,1} = 0, \sigma_{21,1} = 0, \sigma_{zz} = 0 \\ \sigma_{z2,2} = 0, \sigma_{12,2} = 0, \sigma_{zz} = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{при } x_1 = 0, l_1 \\ \text{при } x_2 = 0, l_2 \end{matrix} \quad (14)$$

Для шарнирно закрепленной пластины с учетом (26), соответствующие граничные условия примут вид:

$$\begin{cases} N_{11} = 0, N_{22} = 0, M_{11} = 0, M_{22} = 0, Q_{1,1} = 0 \\ Q_2 = 0, T_2 = 0, N_{21,1} = 0, M_{21,1} = 0, T_{1,1} = 0 \end{cases} \quad \text{при } x_1 = 0, l_1 \quad (15)$$

$$\begin{cases} N_{22} = 0, N_{11} = 0, M_{22} = 0, M_{11} = 0, Q_{2,2} = 0, \\ Q_1 = 0, T_1 = 0, N_{12,2} = 0, M_{12,2} = 0, T_{2,2} = 0, \end{cases} \quad \text{при } x_2 = 0, l_2 \quad (16)$$

С помощью формул (18)-(28) граничные условия для жесткого защемления и шарнирного закрепления краев пластины, обычно задаваемые в перемещениях, впервые сформулированы и в деформациях, и в напряжениях. Остальные граничные условия, известные до сих пор являются линейной комбинацией приведенных граничных условий. Переходя к граничным условиям в терминах интегральных переменных при различных граничных условиях, с помощью которых непосредственно вычисляются компоненты симметричного тензора напряжений, имеем возможность исследования различных прикладных задач. Такого рода прикладным задачам можно отнести равновесие пластин под действием, самоуравновешенных распределенных и сосредоточенных нагрузок.

Пусть касательные нагрузки являются потенциальными: $q_i^\pm = q_i^\pm$, тогда $q_i = q_i$, $m_i = m_i$. Введем потенциальных функций для следующих интегральных величин:

$$\begin{cases} C_{ij} = \left(\Delta C + \frac{360}{h^5} \mathcal{T} - \frac{30}{h^3} q \right) \delta_{ij} - C_{,ij}, D_{ij} = \left(\Delta D - \frac{240}{h^5} Q \right) \delta_{ij} - D_{,ij} \\ N_{ij} = (\Delta N - q) \delta_{ij} - N_{,ij}, M_{ij} = (\Delta M - m + Q) \delta_{ij} - M_{,ij}, Q_i = Q_i, T_i = T_i \end{cases} \quad (17)$$

при этом, уравнения равновесия относительно N_{ij} и M_{ij} в (8)-(9) становятся тождествами. Тогда, вместо этих систем уравнений с учетом (9) будем иметь следующую эквивалентную систему из шести дифференциальных уравнений относительно потенциалов для искомых интегральных величин $N, M, Q, \mathcal{T}, C, D$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \Delta N = \nu \Delta \left(m_z + \frac{h^2}{12} \Delta q \right) + (1 - \nu) \Delta q, \\ \Delta \mathcal{T} = \frac{h^2}{12} \Delta q, \quad \Delta Q + q_z = 0 \\ \Delta C = -\frac{1}{2h} \left[(1 + \nu) \Delta \left(m_z + \frac{h^2}{12} \Delta q \right) - (2 + \nu) \Delta q \right] \\ \Delta \Delta M = \nu \frac{h^2}{10} \Delta \left(q_z - \frac{1}{6} \Delta m \right) + (1 - \nu) (q_z + \Delta m) \\ \Delta D = \frac{480}{h^5} Q - \frac{2}{h^3} \left[\left((1 + \nu) \frac{h^2}{10} \Delta \left(q_z - \frac{1}{6} \Delta m \right) - (2 + \nu) (\Delta m + q_z) \right) \right] \end{array} \right. \quad (18)$$

Краевые задачи с после введения потенциалов существенно упростилась, общая система уравнений уменьшилась до шести уравнений, при этом достигается тождественное выполнение уравнений равновесия в соответствующих граничных условиях.

Основные выводы

1. Предложена неклассическая теория пластин в напряжениях выраженные через интегральные величины продольных усилий, перерезывающих сил и внутренних моментов.

2. В отличие от известных подходов, полученные разрешающие уравнения и приведенные граничные условия в напряжениях являются корректными и замкнутыми.

3. В предложенной теории достигнуто одновременное выполнение уравнений равновесия и совместности напряжений Бельтрами – Митчелла, полученные решения точно удовлетворяют всем граничным условиям, чего не было достигнуто в известных теориях пластин в перемещениях.

Использованная литература

1. Тимошенко С.П., Гудер Д.Ж. Теория упругости. М.: Наука, 1975, 576.
2. Ахмедов А.Б. Численное решение пространственных задач теории вязкоупругости в напряжениях. Автореферат кандидатской диссертации. Ташкент, 1984.
3. Reissner E. On the bending of elastic plates//Quart. Appl. Math. - 1947.-V. 5, № 1. P 11-22
4. Ахмедов А.Б. Решение пространственных задач теории упругости в потенциалах напряжений Узбекский журнал Проблемы механики 2022, №1.
5. Ахмедов А.Б., Шешенин С.В. Нелинейные уравнения движения ортотропных плит. Вестник МГУ Механика математика, 2012, 66-68 стр. (<https://doi.org/10.3103/S002713301203003X>)
6. Akrom Akhmedov. The theory of equilibrium of plates in stresses AIP Conf. Proc 3119,050002 (2024)<https://doi.org/10.1063/5.0214808>

ENERGYATEJAMKOR TURARJOY BINOLARINI TASHKIL ETISH MASALALARI

Mirzakabilov Normurod Xudjakulovich

JizPI,dotsent,

Akromov Asliddinbek Abduraxmon o'g'li

JizPI, 2-bosqich talabasi.

E-mail: normurodmirzakabilov@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada energiyatejamkor turarjoy binolarini tashkil etish va loyihalashning zamonaviy usullari yoritilgan. Asosiy e'tibor qayta tiklanuvchi energiya