

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI**

**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETINING
JIZZAX FILIALI**



**RAQAMLI JAMIYATDA FAN VA TA’LIMNING INTEGRATSIYALALASHUVI:
MATEMATIKA, IQTISOD, PEDAGOGIKA VA PSIXOLOGIYANING YANGI
YONDASHUVLARI**
mavzusidagi Respublika ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami
(2026-yil 20-21-aprel)

JIZZAX-2026

Raqamli jamiyatda fan va ta’limning integratsiyalalashuvi: matematika, iqtisod, pedagogika va psixologiyaning yangi yondashuvlari. Respublika ilmiy-texnik anjuman materiallari to’plami – Jizzax: O‘zMU Jizzax filiali Amaliy matematika kafedrası, 2026-yil 20-21-aprel 505-bet.

Respublika miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallarida zamonaviy kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari sohasidagi innovatsion tadqiqotlar aks etgan.

Globallashuv sharoitida davlatimizni yanada barqaror va jadal sur’atlar bilan rivojlantirish bo’yicha amalga oshirilayotgan islohotlar samarasini yaxshilash sohasidagi ilmiy-tadqiqot ishlariga alohida e’tibor qaratilgan. Zero iqtisodiyotning, ijtimoiy sohalarini qamrab olgan modernizatsiya jarayonlari, hayotning barcha sohalarini liberallashtirishni talab qilmoqda.

Ushbu ilmiy ma’ruza tezislari to’plamida mamlakatimiz va xorijlik turli yo’nalishlarda faoliyat olib borayotgan mutaxassislar, olimlar, professor-o’qituvchilar, ilmiy tadqiqot institutlari va markazlarining ilmiy xodimlari, tadqiqotchilari, magistr va talabalarning ilmiy-tadqiqot ishlari natijalari mujassamlashgan.

Mas’ul muharrirlar: DSc.prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Baboyev A.M.

Tahrir hay’ati a’zolari: p.f.d.(DSc), prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Tovboyev, t.f.n., dots. Baboyev A.M., t.f.f.d.(PhD), prof. Abduraxmanov R.A., p.f.f.d.(PhD) Eshankulov B.S., p.f.n., dots. Alimov N.N., p.f.f.d.(PhD), dots. Alibayev S.X., t.f.f.d.(PhD), dots. Abdumalikov A.A, p.f.f.d.(PhD) Hafizov E.A., f.f.f.d.(PhD), dots. Sindorov L.K., t.f.f.d.(PhD), dots. Nasirov B.U., b.f.f.d. (PhD) O’ralov A.I., p.f.n., dots. Aliqulov S.T., t.f.f.d.(PhD) Kuvandikov J.T., i.f.n., dots. Tsoy M.P., Sharipova S.F., Jo’rayev M.M.

Mazkur to’plamga kiritilgan ma’ruza tezislarning mazmuni, undagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to’g’riligi hamda tanqidiy fikr-mulohazalar, keltirilgan takliflarga mualliflarning o’zlari mas’uldirlar.

Sign	Differentiation (D)	Integration (I)	State
+	$\cos x$	e^x	-
-	$-\sin x$	e^x	Diagonal: $e^x \sin x$
+	$-\cos x$	e^x	Horizontal: $-e^x \cos x \, dx$

Algebraic solution: Since the initial integral (I) reappeared in the 3rd row of the table, the process was terminated.

$$\begin{aligned}
 I &= e^x \cos x + e^x \sin x - I \\
 2I &= e^x (\cos x + \sin x) \\
 I &= \frac{e^x (\cos x + \sin x)}{2} + C
 \end{aligned}$$

REFERENCES

1. Abduhamidov, A. U., Nasimov, H. A., Nosirov, U. M., & Husanov, J. H. (2003). *Algebra va analiz asoslari*. Toshkent: "O'qituvchi".
2. Azlarov, T. T., & Mansurov, H. (2005). *Matematik analiz (1-jild)*. Toshkent: "O'qituvchi".
3. Berman, G. N. (2005). *Matematik analizdan masalalar to'plami*. Toshkent: "O'qituvchi". (Integrallash texnikasini mashq qilish uchun asosiy manba).
4. Demidovich, B. P. (2005). *Sbornik zadach i uprajneniy po matematicheskomu analizu*. Moskva: "Nauka". (Xalqaro standartdagi murakkab misollar uchun).kir
5. Sa'dullayev, A., Mansurov, H., Xudoyberganov, G., Vorisov, A., & G'ulomov, R. (2006). *Matematik analiz kursi (1-qism)*. Toshkent: "O'zbekiston".
6. Xudoyberganov, G., Vorisov, A. K., & Mansurov, H. T. (2010). *Matematik analizdan ma'ruzalar*. Toshkent: "Vorish-Nashriyot"

FAZOVIIY-VAQTNING BIR JINSLI ANIZOTROP MODELLARINI DIFFERENSIAL-GEOMETRIK NUQTAI NAZARI.

Sharipov Xurshid

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, Matematika fakulteti “Algebra va geometriya” kafedrasi dotsenti, f.m.f.f.d.(PhD)

Sulaymonova Gulnora Sobit qizi

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti 1-kurs magistranti

Annotatsiya. Ushbu maqolada umumiy nisbiylik nazariyasidagi fazoviy-vaqtning bir jinsli, ammo anizotrop modellari differensial geometriya tilida tahlil qilinadi. Bianchi klassifikatsiyasi asosida izometriya guruhlar, Killing vektor maydonlari, invariant 1-formalar va metrikaga qo'yilgan geometrik shartlar muhokama qilinadi. Asosiy e'tibor anizotropiyaning geometrik manbalari, egri chiziqlik tenzori va uning invariantlariga qaratilgan.

Kirish. Umumiy nisbiylik nazariyasida fazoviy-vaqt modeli $(M, g_{\mu\nu})$ bilan beriladi, bu yerda M to'rt o'lchovli differensiallanuvchi manifold, $g_{\mu\nu}$ esa Lorens metrikasidir. Kosmologik modellarni qurishda ko'pincha bir jinsli (homogeneous) fazoviy-vaqtlar qaratiladi: har qanday ikki nuqta orasida izometriya mavjud bo'lib, u bir nuqtani ikkinchisiga o'tkazadi. Bunday izometriyalar guruhi uch o'lchovli fazoviy giperyuzalarga tranzitiv ta'sir qiladi.

Ammo izotropiya – ya'ni barcha yo'nalishlarning teng huquqliligi – qo'shimcha talabdir. Bir jinsli, ammo izotrop bo'lmagan modellar fazoviy yo'nalishlarda turlicha dinamikaga ega. Bu

anizotropiya erta olam (inflatsiyadan oldingi davr), magnit maydonli yoki aylanuvchi kosmologik modellarda muhim rol o‘ynaydi.

Differensial geometriya bu tizimlarni o‘rganishning tabiiy tilidir: Killing vektorlari, qatlamlanishlar, bir jinsli bo‘lmagan (homothetic) va konform kesshilar, spinor tuzilmalari va boshqalar.

Bir jinsli fazoviy-vaqtlarning geometrik ta’rifi. Faraz qilaylik, (M, g) fazoviy-vaqti bir jinsli bo‘lsin. Bu shuni anglatadiki, M ustida izometriyalar guruhi G_r (r o‘lchovli) fazoviy-vaqtning har bir nuqtasidan istalgan boshqa nuqtaga o‘tkazadigan darajada tranzitiv ta’sir qiladi. 4 o‘lchovli fazoviy-vaqtda bunday guruhning maksimal o‘lchovi 10 ga teng (Minkovskiy fazosi). Kosmologiyada ko‘pincha G_3 guruhlar qaraladi – ular fazoga o‘xshash giperyuzalarga tranzitiv ta’sir qiladi.

Agar giperyuzalar fazoga o‘xshash (spacelike) va bir jinsli bo‘lsa, u holda metrikani quyidagi shaklda yozish mumkin:

$$ds^2 = -dt^2 + h_{ij}(t)\omega^i \omega^j$$

bu yerda ω^i ($i=1,2,3$) – bir jinsli giperyuzada invariant 1-formalar bo‘lib, ular

$$d\omega^i = \frac{1}{2}C_{jk}^i \omega^j \wedge \omega^k$$

struktura tenglamalarini qanoatlantiradi. C_{jk}^i – Lie guruhining struktura konstantalari. Agar guruh unimodulyar bo‘lsa, $C_{ji}^i = 0$ bo‘ladi. Metrikadagi $h_{ij}(t)$ – vaqtga bog‘liq simmetrik matritsa.

Bianchi klassifikatsiyasi. Bir jinsli fazoviy giperyuzalarning Lie guruhlarini Bianchi tomonidan tasniflangan. U struktura konstantalarining xarakteriga qarab 9 sinfga ajratiladi:

- A sinfi (unimodulyar): Bianchi I, II, VI₀, VII₀, VIII, IX.
- B sinfi (unimodulyar bo‘lmagan): Bianchi III, IV, V, VI_h, VII_h.

Bianchi I modeli eng sodda: $\omega^i = dx^i$, $C_{jk}^i = 0$ – tekis, anizotrop, ammo izotrop bo‘lmagan (masalan, Kasner modeli). Bianchi IX modeli esa eng umumiy yopiq anizotrop model bo‘lib, u S^3 sferasi ustida $SU(2)$ guruhiga ega. Ushbu modellar kosmologik singulyarlik va anizotropiyaning relaksatsiyasi masalalarida muhim.

Geometrik nuqtai nazar: Bianchi modellarida Killing vektor maydonlari soni (3 ta) va ularning kommutatorlari berilgan. Har bir fazoviy giperyuza Lie guruhining boshqa qatlami sifatida qaralishi mumkin. Metrikadagi $h_{ij}(t)$ esa guruh parametrlariga bog‘liq emas – bu bir jinslilikning ifodasidir.

Anizotropiya va egri chiziqlik. Anizotropiyani geometrik jihatdan tahlil qilish uchun quyidagi tushunchalar muhim:

Deformatsiya tenzori: $\sigma_{\mu\nu} = \nabla_{(\mu} u_{\nu)} - \frac{1}{3}\theta h_{\mu\nu}$, bu yerda u^μ – kuzatuvchining 4-tezligi, $\theta = \nabla_\mu u^\mu$ – kengayish (expansion), $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + u_\mu u_\nu$ – proyektor.

Burilish: $\omega_{ij} = \nabla_{[\mu} u_{\nu]}$. Anizotrop modellarda ko‘pincha $\omega_{\mu\nu} = 0$ (irrotatsion) faraz qilinadi.

Kengayishning anizotropiyasi: $\sigma^2 = \frac{1}{2}\sigma_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}$. Bu kattalik izotropiyadan chetlanishni o‘lchaydi.

Riman tenzorining vaqtga o‘xshash va fazoga o‘xshash qismlarini ajratsak:

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = R_{\mu\nu\rho\sigma}^{(3)} + (\text{vaqt hosilalari})$$

bu yerda $R_{\mu\nu\rho\sigma}^{(3)}$ – giperyuzalarning ichki egri chiziqligi. Bianchi modellarida bu egri chiziqlik fazoviy bir jinsli bo‘lgani sababli, giperyuzalarning barcha nuqtalarida skalyar egri chiziqlik $R^{(3)}$ doimiy (lekin vaqtga bog‘liq).

Masalan, Bianchi I modelida giperyuzalar tekis: $R^{(3)} = 0$. Bianchi IX modelida esa $R^{(3)} > 0$ (ijobiy egri chiziqli yopiq olam).

Eynshteyn tenglamalari va anizotropiya. Eynshteyn tenglamalari $G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$ (birliklarda $c=G=1$) bir jinsli anizotrop metrikalarga qo‘llanganda, ular vaqtga nisbatan oddiy differensial tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Masalan, Bianchi I modeli uchun:

$$ds^2 = -dt^2 + a_1^2(t)dx^2 + a_2^2(t)dy^2 + a_3^2(t)dz^2$$

Vakuumli Eynshteyn tenglamalari Kasner yechimini beradi:

$$a_i(t) \propto t^{p_i}, \quad \sum p_i = 1, \quad \sum p_i^2 = 1$$

Bu erda p_i – Kasner ko‘rsatkichlari. Ularning barcha teng bo‘lishi faqat bitta holatda mumkin: $p_i = 1/3$, bu esa Minkovskiy emas, balki izotrop bo‘lgan bir jinsli (FLRW) yechimdir. Vakuumda esa bu mumkin emas (u holda $\sum p_i^2 = 1$, $\sum p_i = 1$ dan faqat bittasi 1, qolganlari 0). Demak, vakuumli bir jinsli anizotrop model faqat Kasner tipida bo‘lib, u kuchli anizotropdir.

Agar materiya mavjud bo‘lsa (masalan, ideal suyuqlik), anizotropiya vaqt o‘tishi bilan o‘chishi mumkin (kosmik ssenariylari). Bu differensial geometrik nuqtai nazardan metrikadagi $h_{ij}(t)$ matritsasi barcha komponentlarining nisbati birga intilishi bilan ifodalanadi.

Geometrik invariantlar va anizotropiya o‘lchovlari. Anizotropiyani geometrik jihatdan o‘lchash uchun quyidagi invariantlardan foydalaniladi:

1. Veil tenzori $C_{\mu\nu\rho\sigma}$ – u egri chiziqlikning materiyadan mustaqil qismini beradi. FLRW modellarida Veil tenzori nolga teng. Anizotrop modellarda Veil tenzori nol emas va uning invariantlari:

$$I_1 = C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma}, \quad I_2 = C_{\mu\nu\rho\sigma} * C^{\mu\nu\rho\sigma}$$

Bular anizotropiyaning gravitatsion to‘lqinlar va “qattiq” dinamikasini tavsiflaydi.

1. Skalyar egri chiziqlik R – bir jinsli modellarda faqat vaqtga bog‘liq.

2. Kretschmann invariant $K = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$ – singularliklarni aniqlashda muhim.

Masalan, Kasner modelida $t \rightarrow 0$ da $K \sim 1/t^4$ – haqiqiy singularlik.

Differensial-geometrik umumlashmalar. Yangi geometrik tuzilmalar anizotrop modellarni boyitadi:

Konformal Killing vektorlari: Agar model konform izometriyaga ega bo‘lsa (masalan, kengayish (expansion) sof konformal bo‘lsa), metrikani $g_{\mu\nu} = e^{2\varphi}\tilde{g}_{\mu\nu}$ ko‘rinishda yozish mumkin, bu yerda $\tilde{g}$ izometriyaga ega. Ba’zi Bianchi modellari (masalan, V) konform statikdir.

Xulosa. Fazoviy-vaqtning bir jinsli anizotrop modellari differensial geometriyaning boy obyektlaridir. Bianchi klassifikatsiyasi ularning Lie-guruh tuzilishini, Killing vektorlarini va invariant 1-formalarini aniqlaydi. Anizotropiya shear tenzori, Veil invariantlari va fazoviy egri chiziqlik orqali geometrik jihatdan tavsiflanadi. Eynshteyn tenglamalari bu modellarda oddiy differensial tenglamalar sistemasiga keltiriladi, bu esa ularni kosmologik tadqiqotlar (inflyatsiya, singularliklar, gravitatsion to‘lqinlar) uchun qulay qiladi.

Kelgusidagi tadqiqotlar anizotropiya va kvant effektlari, yoki anizotropiyaning materiyaning mikroskopik tuzilishi bilan bog‘liqligi (masalan, qatnovchi oqimlar, magnit maydonlar) differensial-geometrik metodlar yordamida chuqurroq tahlil qilinishi mumkin.

Adabiyotlar.

1. L. D. Landau, E. M. Lifshitz, The Classical Theory of Fields, Pergamon Press, 1975.
2. G. F. R. Ellis, R. Maartens, M. A. H. MacCallum, Relativistic Cosmology, Cambridge University Press, 2012.
3. H. Stephani, D. Kramer, M. MacCallum, C. Hoenselaers, E. Herlt, Exact Solutions of Einstein's Field Equations, Cambridge University Press, 2003.
4. M. P. Ryan, L. C. Shepley, Homogeneous Relativistic Cosmologies, Princeton University Press, 1975.

5. C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, Gravitation, W. H. Freeman, 1973.

PARABOLIK TURDAGI NOKLASSIK TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA YECHIMINING YAGONALIGI

Ashurov Shaxzod ^a, Abdurashidov Nuriddin ^b, Eshtemirov Eshtemir ^c, Ibodova Shamsiya ^d
Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti Oliy matematika kafedrası o’qituvchi^{a,b,c}

Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti talabasi ^d

Annotatsiya: Mazkur maqolada parabolik turdagi noklassik differensial tenglama uchun chegaraviy masalaning yechimining yagonaligi tadqiq etilgan. Masala umumiy ko‘rinishda qaralib, mos almashtirishlar yordamida tenglama soddalashtirilgan va berilgan sohada chegaraviy shartlar bilan aniqlangan. Yechimning yagonaligini isbotlashda energiya integrali usulidan foydalanilgan hamda bir jinsli masalaning faqat trivial yechimga ega ekanligi ko‘rsatib berilgan. Olingan natijalar matematik fizika tenglamalari nazariyasida muhim ahamiyatga ega bo‘lib, noklassik chegaraviy masalalarni tadqiq qilishda qo‘llanishi mumkin.

Kalit so‘z: parabolik tenglama, noklassik tenglama, chegaraviy masala, yagonalik teoremasi, energiya integrali usuli, bir jinsli masala, trivial yechim, matematik fizika tenglamalari.

MASALANING QO‘YILISHI.

Quyidagi tenglamani qaraymiz.

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \sum_{i=0}^2 a_i(x, y) \frac{\partial^i u}{\partial x^i} + b(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, y) \quad (1)$$

Agar (1) tenglamada $b(x, y) \in C^{3,1}(\bar{D})$ bo‘lsa

$$u(x, y) = \vartheta(x, y) \exp\left(\frac{1}{2} \int_0^y b(x, t) dt\right)$$

almashtirish yordamida umumiylikni buzmaganda holda

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \sum_{i=0}^2 a_i(x, y) \frac{\partial^i u}{\partial x^i} = f(x, y) \quad (2)$$

(2.1.2) tenglama uchun $D = (0 < x < 1, 0 < y < 1)$ sohada quyidagi masalani qaraymiz. D sohada (2) tenglamaning shunday chegaralar yechimi $u(x, y) \in C^{2,1}(\bar{D}) \cap C^{3,2}(D)$ topilsinki, u quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin:

$$\alpha_0(x)u(x, 0) + \alpha_1(x)u(x, 1) = \varphi_0(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2.1.3)$$

$$\beta_0(x)u(x, 1) + \beta_1(x)u_y(x, 1) = \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2.1.4)$$

$$\gamma_0(y)u(0, y) + \gamma_1(y)u_x(1, y) = \psi_0(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (2.1.5)$$

$$u_x(0, y) = \psi_1(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (2.1.6)$$

$$u(1, y) = \psi_2(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (2.1.7)$$

Bu yerda $a_i(x, y), b(x, y), f(x, y), \alpha_i(x), \beta_i(y), \varphi_i(x), \psi_j(y)$ ($i = 0, 1, \psi_j(x)$ ($j = 0, 1, 2$)) berilgan o‘z argumentining uzluksiz funksiyalar.

Shu bilan birga, $\alpha_0^2 + \alpha_1^2 \neq 0, \beta_0^2 + \beta_1^2 \neq 0, \gamma_0^2 + \gamma_1^2 \neq 0$

YAGONALIK TEOREMASI: