

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR
VAZIRLIGI**

**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETINING
JIZZAX FILIALI**



**RAQAMLI JAMIYATDA FAN VA TA’LIMNING INTEGRATSIYALALASHUVI:
MATEMATIKA, IQTISOD, PEDAGOGIKA VA PSIXOLOGIYANING YANGI
YONDASHUVLARI**
mavzusidagi Respublika ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami
(2026-yil 20-21-aprel)

JIZZAX-2026

Raqamli jamiyatda fan va ta’limning integratsiyalalashuvi: matematika, iqtisod, pedagogika va psixologiyaning yangi yondashuvlari. Respublika ilmiy-texnik anjuman materiallari to’plami – Jizzax: O‘zMU Jizzax filiali Amaliy matematika kafedrası, 2026-yil 20-21-aprel 505-bet.

Respublika miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallarida zamonaviy kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari sohasidagi innovatsion tadqiqotlar aks etgan.

Globallashuv sharoitida davlatimizni yanada barqaror va jadal sur’atlar bilan rivojlantirish bo’yicha amalga oshirilayotgan islohotlar samarasini yaxshilash sohasidagi ilmiy-tadqiqot ishlariga alohida e’tibor qaratilgan. Zero iqtisodiyotning, ijtimoiy sohalarini qamrab olgan modernizatsiya jarayonlari, hayotning barcha sohalarini liberallashtirishni talab qilmoqda.

Ushbu ilmiy ma’ruza tezislari to’plamida mamlakatimiz va xorijlik turli yo’nalishlarda faoliyat olib borayotgan mutaxassislar, olimlar, professor-o’qituvchilar, ilmiy tadqiqot institutlari va markazlarining ilmiy xodimlari, tadqiqotchilari, magistr va talabalarning ilmiy-tadqiqot ishlari natijalari mujassamlashgan.

Mas’ul muharrirlar: DSc.prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Baboyev A.M.

Tahrir hay’ati a’zolari: p.f.d.(DSc), prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Tovboyev, t.f.n., dots. Baboyev A.M., t.f.f.d.(PhD), prof. Abduraxmanov R.A., p.f.f.d.(PhD) Eshankulov B.S., p.f.n., dots. Alimov N.N., p.f.f.d.(PhD), dots. Alibayev S.X., t.f.f.d.(PhD), dots. Abdumalikov A.A, p.f.f.d.(PhD) Hafizov E.A., f.f.f.d.(PhD), dots. Sindorov L.K., t.f.f.d.(PhD), dots. Nasirov B.U., b.f.f.d. (PhD) O’ralov A.I., p.f.n., dots. Aliqulov S.T., t.f.f.d.(PhD) Kuvandikov J.T., i.f.n., dots. Tsoy M.P., Sharipova S.F., Jo’rayev M.M.

Mazkur to’plamga kiritilgan ma’ruza tezislarning mazmuni, undagi statistik ma’lumotlar va me’yoriy hujjatlarning to’g’riligi hamda tanqidiy fikr-mulohazalar, keltirilgan takliflarga mualliflarning o’zlari mas’uldirlar.

	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1
Freefem	0	0.079	0.106	0.094	0.054	0	-0.054	-0.094	-0.106	-0.079	0
C++	0	0.079	0.106	0.094	0.054	0	-0.054	-0.094	-0.106	-0.079	0

1-
jadval B_1

Freefem	0	-0.004	-0.015	-0.028	-0.039	-0.044	-0.039	-0.028	-0.015	-0.004	0
C++	0	-0.004	-0.015	-0.028	-0.039	-0.044	-0.039	-0.028	-0.015	-0.004	0

2-
jadval
 σ_{11}

Olingan natijalar bir-biriga juda yaqin, agar yana bir nechta xonadagi raqamlarni qo'shsa ham juda yaqinligicha qoladi. Shunday qilib, turli usullarda qo'yilgan elektroelastik tekis masalaning sonli natijalarini taqqoslash orqali, kuchlanishlarga nisbatan taklif etilgan model tenglamaning o'rinli ekanligi ko'rsatilgan.

Adabiyotlar

1. В.З.Патрон, Б.А.Кудрявцев “Электромагнито-упругость пьезоэлектрических и электропроводных тел” Москва “Наука” 1988г.
2. T.V.Liseykina, V.A.Vshivkov, U.A.Kholiyarov “An Efficient Algorithm for Calculating the Magnetic Field in a Cylindrical Plasma Trap ” Lobachevskii Journal of Mathematics, Volume 45, pages 75–84, (2024)

TEKIS ELASTIKLIK MASALASINI KUHLANISHLAR BO'YICHA PUASSON TENGLAMALARI ASOSIDA SONLI YECHISH

¹**Bobonazarov A.A., ²Maxmadiyeva M.X.**

¹*O'zbekiston Milliy universiteti, tayanch doktorant;*

²*Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universitetining
Samarqand filiali, o'qituvchi;*

Deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasida statik chegaraviy masalalar odatda siljishlarga nisbatan yechiladi, kuchlanishlar esa keyinchalik aniqlanadi. Bunday yondashuvda sonli differensiallash xatoliklari yuzaga kelishi mumkin. Shu sababli elastiklik masalalarini bevosita kuchlanishlarga nisbatan qo'yish muhim ahamiyatga ega. Bu yo'nalish Beltrami–Michell tenglamalari va deformatsiyalar mosligi shartlariga asoslanadi.

Mazkur ishda tekis elastiklik masalasi kuchlanish komponentalariga nisbatan Puasson tenglamalari ko'rinishida qaraladi. Ushbu tenglamalar asosida zaif shakl qurilib, Galerkin usuli yordamida chekli elementlar usuli qo'llanadi. Hisoblashlar FreeFEM muhitida bajarilib, Timoshenko–Gudier masalasi sonli yechiladi. Olingan natijalar yondashuvning samaradorligini ko'rsatadi.

Elastiklik nazariyasining muvozanat tenglamalari va Beltra-Mitchel tenglamalari asosida ikki o'lchovli Puasson tipidagi tenglamalarini hosil qilib olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \sigma_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{11}}{\partial y^2} &= -2 \frac{\partial X_1}{\partial x} - \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{\partial X_1}{\partial x} + \frac{\partial X_2}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial^2 \sigma_{22}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{22}}{\partial x^2} &= -2 \frac{\partial X_2}{\partial y} - \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{\partial X_1}{\partial x} + \frac{\partial X_2}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial^2 \sigma_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{12}}{\partial y^2} &= - \left(\frac{\partial X_1}{\partial y} + \frac{\partial X_2}{\partial x} \right).\end{aligned}\quad (1)$$

Chegaraviy shartlarni quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{ij} n_j \Big|_{\Sigma_2} = S_i, \quad (2)$$

$$(\sigma_{ij} + X_i) \Big|_{\Sigma} = 0. \quad (3)$$

(1)–(3) tenglamalar kuchlanishlarga nisbatan elastiklik nazariyasining chegaraviy masalasini ifodalaydi, bunda (1) tenglama kuchlanish tenzori komponentalariga nisbatan Puasson tenglamasi hisoblanadi.

bu yerda σ_{ij} –тензор напряжений, X_i – kuchlanish tenzori, S_i – sirt yuklamasi, Σ – V hajmni chegaralovchi sirt Σ_1, Σ_2 , n_i – Σ , sirtga tashqi normal vektor komponentalari ν – Puasson koeffitsiyenti.

Ushbu chegaraviy masala Galerkinning chekli elementlar usuli bilan yechiladi. Odatda, Galerkin usulida yechim quyidagi qator ko‘rinishida izlanadi:

$$\sigma = \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i. \quad (4)$$

bu yerda φ_i –to‘liq bazis funksiyalar sistemasidir. Faraz qilamizki, birinchi bazis funksiya, ya’ni, φ_1 , chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi, qolganlari esa bir jinsli chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi. Yechimni operator tenglamaga qo‘yib, hosil bo‘lgan ifodani bazis funksiyalarga ko‘paytirib, soha bo‘yicha integrallaymiz:

$$\int_{\Omega} L\sigma \cdot \varphi_i d\Omega = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Bu ifoda a_i – koeffitsiyentlarga nisbatan algebraik tenglamalar sistemasini beradi. Bazis funksiyalar to‘liq sistema tashkil qilgani sababli, n yetarlicha katta bo‘lganda, taqribiy yechim aniq yechimga yaqinlashadi.

Faraz qilaylik, Ω , soha uchburchak chekli elementlarga bo‘lingan bo‘lsin. Bitta chekli element uchun lokal qattqlik matritsasini tuzamiz. Buning uchun (1) sistemadagi tenglamalarni $[N] = [N_1, N_2, N_3]$ bazis funksiyalarga ko‘paytirib, bo‘laklab integrallaymiz:

$$\begin{aligned}\int_{\Omega^e} [N]^T \left(\frac{\partial^2 \sigma_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{11}}{\partial y^2} \right) d\Omega &= 0, \\ \int_{\Omega^e} [N]^T \left(\frac{\partial^2 \sigma_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{22}}{\partial y^2} \right) d\Omega &= 0, \\ \int_{\Omega^e} [N]^T \left(\frac{\partial^2 \sigma_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{12}}{\partial y^2} \right) d\Omega &= 0.\end{aligned}\quad (6)$$

Natijada har bir element uchun lokal matritsalar tuziladi va keyinchalik ular asosida global algebraik sistema hosil qilinadi.

Amaliy mexanika masalalarini sonli yechishda chekli elementlar usuliga mo’ljallangan FreeFEM++ dasturiy muhitidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. FreeFEM++ asosini C++ dasturlash tili va chekli elementlar algoritmlari tashkil etadi. Differensial tenglamalarni FreeFEM++ da yechish uchun avvalo masalani variatsion qo’yilishga o’tkazish va mos funksionalni qurish zarur. Bu funksional Galerkin usuli asosida bilinear shaklda yoziladi.

Amaliy jihatdan bilinear funksionalni quyidagi tartibda tuzish mumkin:

- har bir differensial tenglama mos sinov funksiyasiga ko’paytiriladi;
- hosil bo’lgan ifoda soha bo’yicha bo’laklab integrallanadi;
- integrallashda chegaraviy shartlar va chegarada bazis funksiyalarning xossalari hisobga

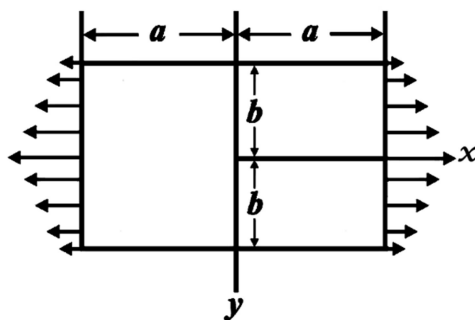
olinadi

- so’ng barcha tenglamalar uchun olingan integrallar yig’indisi olinadi..

(1-3) chegaraviy masala uchun hosil qilingan bilinear funksional quyidagi ko’rinishga ega:

$$\Phi = \int_{\Omega} \left[\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} \frac{\partial \bar{\sigma}_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\sigma}_{11}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x} \frac{\partial \bar{\sigma}_{22}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\sigma}_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x} \frac{\partial \bar{\sigma}_{12}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\sigma}_{12}}{\partial y} \right] d\Omega \quad (7)$$

Shundan so’ng soha chekli elementlarga bo’linadi va bilinear shakl hamda chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda FreeFEM++ dasturi tuziladi.



1-rasm. Parabolik yuk ta’siridagi to’g’ri to’rtburchak plastinaning cho’zilishi.

Mazkur ishda kuchlanishlar ikki hadli qator ko’rinishida izlanib, kvadrat plastina uchun kuchlanish tenzori komponentalarining quyidagi taqribiy ifodalari olingan:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= S(1 - \frac{y^2}{a^2}) - 0.1702S(1 - \frac{3y^2}{a^2})(1 - \frac{x^2}{a^2}), \\ \sigma_{22} &= -0.1702S(1 - \frac{3x^2}{a^2})(1 - \frac{y^2}{a^2}), \\ \sigma_{12} &= -0.6805S \frac{xy}{a^2} (1 - \frac{x^2}{a^2})(1 - \frac{y^2}{a^2}). \end{aligned} \quad (8)$$

Bu formulalar keyingi sonli natijalarni klassik yechim bilan taqqoslash uchun asos bo’lib xizmat qiladi.

1-jadval. To’g’ri to’rtburchakning o’rta qismida σ_{11} kuchlanishning taqqoslanishi

$y=0$ da;	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0$
Tymoshenko-Goodier (8)	1.000	0.978	0.930	0.880	0.843	0.830
(1) Chegaraviy masala freeFEM	1.000	0.880	0.812	0.776	0.759	0.754

2-jadval. To’g’ri to’rtburchakning o’rta qismida σ_{11} kuchlanishning taqqoslanishi

$x=0$ da;	$y=0$	$y=0.2$	$y=0.4$	$y=0.6$	$y=0.8$	$y=1$
Tymoshenko-Goodier (8)	0.830	0.810	0.751	0.654	0.527	0.410
(1) Chegaraviy masala freeFEM	0.754	0.749	0.736	0.721	0.711	0.711

1 va 2-jadvallarda σ_{11} normal kuchlanishning to‘g‘ri to‘rtburchak sohaning o‘rta qismida x va y bo‘yicha taqsimlanishi taqqoslangan. Tahlilda Timoshenko–Gudierning klassik yechimi (8) hamda (1)–(3) chegaraviy masala asosida olingan sonli natijalar ishlatilgan. 1-jadvaldan ko‘rinadiki, x koordinata bo‘yicha kuchlanish qiymatlari kamayib boradi; sonli natijalar klassik yechimga yaqin, ammo biroz kichikroq qiymatlarni beradi. 2-jadval ham σ_{11} ning y bo‘yicha o‘zgarishini tasdiqlaydi. Umuman, olingan natijalar taklif etilgan sonli yondashuvning kuchlanishlar taqsimotini ishonchli ifodalashini ko‘rsatadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

- 1) **Timoshenko, S. P., Goodier, J. N.** *Theory of Elasticity*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1970.
- 2) **Победря Б. Е.** Новая постановка задачи механики деформируемого твердого тела в напряжениях // Доклады Академии наук. – 1980. – Т. 253, № 2. – С. 295–297.
- 3) **Халджигитов А.А., Тилов О.У.** Численное решение плоской задачи теории упругости в напряжениях // Проблемы механики. – 2022. – № 2. – С. 12–19.
- 4) **Халджигитов А.А., Тилов О.У.** Численное решение частично-связанной задачи термоупругости в напряжениях // Проблемы механики. – 2023. – № 3. – С. 35–41.

ELASTIK STERJEN VA DINAMIK SO‘NDIRGICHLARNING BIRGALIKDAGI KO‘NDALANG TEBRANISHLARI USTUVORLIGINI TEKSHIRISH

A.E.Qudratov

Samarqand davlat pedagogika instituti.

Email: a_qudratov1985@mail.ru;

Texnika, qurilish va boshqa sohalarda egiluvchan sterjenlar (balkalar) tipidagi elementlardan foydalaniladi. Bu borada turli tashqi qo‘zg‘alishlar ta’siridagi sterjenlarning balkalarning tebranma harakatlari dinamikasini o‘rganish, zararli tebranishlarini pasaytirish hamda ustuvorligini ta’minlash dolzarb masalalardan hisoblanadi. Ushbu ishda chiziqli elastik xarakteristikali sterjen va dinamik so‘ndirgichlarning birgalikdagi ko‘ndalang tebranishlarini ustuvorligi Lyapunovning birinchi yaqinlashish usuli yordamida tekshirish masalasi qaralgan. Ustuvorlik shartlari sistema parametrlariga bog‘liq holda analitik ko‘rinishda aniqlangan.

Matematik modeli va yechish metodikasi. Elastik xarakteristikali sterjen va chiziqli elastik xarakteristikali dinamik so‘ndirgichlarning birgalikdagi ko‘ndalang tebranishlari harakat differensial tenglamalar sistemasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_i + p_i^2 q_i - \mu_1 \mu_{0i} n_1^2 u_{i1} \zeta_1 - \mu_2 \mu_{0i} n_2^2 u_{i2} \zeta_2 &= -d_i W_0; \\ u_{i1} \ddot{q}_i + \ddot{\zeta}_1 + n_1^2 \zeta_1 &= -W_0; \\ u_{i2} \ddot{q}_i + \ddot{\zeta}_2 + n_2^2 \zeta_2 &= -W_0, \end{aligned} \quad (1)$$

bu yerda $q_i = q_i(t)$ - vaqtning funksiyasi; $j^2 = -1$; p_i - sterjenning xususiy chastotasi; $\mu_1 = \frac{m_1}{m_c}$; $\mu_2 = \frac{m_2}{m_c}$; $\mu_{0i} = \frac{l}{d_{2i}}$; $d_i = \frac{d_{1i}}{d_{2i}}$; $d_{1i} = \int_0^l u_i dx$; $d_{2i} = \int_0^l u_i^2 dx$; $m_c = \rho F l$ - sterjenning massasi; ρ, F - mos ravishda seterjen materialining zichligi va ko‘ndalang kesimi yuzi; l - sterjenning uzunligi; m_1, m_2 - dinamik so‘ndirgichlar massalari; $u_i(x)$ - sterjen xususiy