MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI
O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETINING
JIZZAX FILIALI

ZAMONAVIY INNOVATSION TADQIQOTLARNING DOLZARB MUAMMOLARI VA RIVOJLANISH TENDENSIYALARI: YECHIMLAR VA ISTIQBOLLAR

RESPUBLIKA ILMIY-TEXNIK ANJUMAN MATERIALLARI TO‘PLAMI

15-16-MAY
2026-YIL

doi Google Scholar

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETINING JIZZAX FILIALI

ZAMONAVIY INNOVATSION TADQIQOTLARNING DOLZARB MUAMMOLARI VA RIVOJLANISH TENDENSIYALARI: YECHIMLAR VA ISTIQBOLLAR

mavzusidagi Respublika ilmiy-texnik anjuman materiallari to'plami

(2026-yil 15-16-may)

JIZZAX-2026

ecological importance of microorganisms in the Aral Sea region and applying them for biotechnological purposes [8].

The findings indicate that the rhizosphere of plants in the Aral Sea region contains a unique and highly adaptable microbiome. These microorganisms have considerable scientific and practical importance in maintaining ecological balance, restoring degraded ecosystems, and ensuring sustainable plant growth in saline soils. Future in-depth studies of rhizosphere bacteria may enable the development of a new generation of environmentally safe biopreparations.

REFERENCES

1. Berg G., Smalla K. Plant species and soil type cooperatively shape the structure and function of microbial communities in the rhizosphere. FEMS Microbiology Ecology. 2009;68(1):1–13.
2. Lugtenberg B., Kamilova F. Plant-growth-promoting rhizobacteria. Annual Review of Microbiology. 2009;63:541–556.
3. Vurukonda S.S.K.P., Vardharajula S., Shrivastava M., SkZ A. Enhancement of drought stress tolerance in crops by plant growth promoting rhizobacteria. Microbiological Research. 2016;184:13–24.
4. Egamberdieva D., Wirth S.J., Alqarawi A.A., Abd_Allah E.F., Hashem A. Phytohormones and beneficial microbes: essential components for plants to balance stress and fitness. Frontiers in Microbiology. 2017;8:2104.
5. Chernyh N.A. va boshq. At Shores of a Vanishing Sea: Microbial Communities of Aral and Southern Aral Sea Region. Microbiology, 2024.
6. Wicaksono W.A. va boshq. Function-Based Rhizosphere Assembly along a Gradient of Desiccation in the Former Aral Sea. mSystems, 2022.
7. Aytenov I.S. va boshq. Uncovering the Antifungal Potential of Plant-Associated Cultivable Bacteria from the Aral Sea Region against Phytopathogenic Fungi. Pathogens, 2024.
8. Gao L. va boshq. Diversity and Biocontrol Potential of Cultivable Endophytic Bacteria Associated with Halophytes from the West Aral Sea Basin. Microorganisms, 2021.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДИРАКА С ПОТЕНЦИАЛОМ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА.

Абдуназаров Рабимкул

Джизакский филиал Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека. R_abdunazarov@jbnuu.uz

Аннотация: В данной статье рассматривается задача нахождения точного решения системы Дирака с потенциалами специальнго вида. Предложенное аналитическое решение (выраженное через элементарные функции) может быть полезно для верификации численных схем, анализа влияния каждой гармоники, а также для построения управляющих протоколов в квантовых, социальных или биологических технологиях.

Ключевые слова: Системы Дирака, точное решение, Начальные и граничные условии, борьбы между двумя видами в популяции

Математические модели различных форм противоборства – борьбы между двумя видами в популяции, межгосударственных военных действий и процессов гонки вооружений (и.т.д) – в основном сводятся к системе Дирака. Для анализа рассматриваемой ситуации, безусловно, требуется нахождение решения этого дифференциального уравнения. Методы нахождения решения могут быть численными или аналитическими [1]-[6]. В данной статье рассматривается задача нахождения точного решения системы Дирака с потенциалами специального вида.

Рассмотрим систему

$$U' + \begin{pmatrix} \psi'(x) & \varphi'(x) \\ \varphi'(x) & -\psi'(x) \end{pmatrix} U = 0,$$

где

$$\psi'(x) = p(x)\sin 2\lambda x - q(x)\cos 2\lambda x, \quad \varphi'(x) = p(x)\cos 2\lambda x + q(x)\sin 2\lambda x,$$

а

$$p(x) = Ab + A\sum_{k=1}^{N} \sin(2\lambda a_k x), \qquad q(x) = Ab + A\sum_{k=1}^{N} \cos(2\lambda a_k x),$$

с начальным условием

$$U(0) = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -\sin\alpha \end{pmatrix}.$$

Системы Дирака, заданная с такими условиями, имеет следуюшее аналитическое решение:

$$U_1(x) = \exp\left[A\left(\frac{b}{2\lambda}(\sin 2\lambda x - \cos 2\lambda x + 1) + \sum_{k=1}^{N} \frac{1-\cos\big(2\lambda(a_k+1)x\big)}{2\lambda(a_k+1)}\right)\right]$$
$$\times \cos\left(\alpha + A\left(\frac{b}{2\lambda}(\sin 2\lambda x + \cos 2\lambda x - 1) + \sum_{k=1}^{N} \frac{\sin\big(2\lambda(a_k+1)x\big)}{2\lambda(a_k+1)}\right)\right)$$
$$U_2(x) = -\exp\left[A\left(\frac{b}{2\lambda}(\sin 2\lambda x - \cos 2\lambda x + 1) + \sum_{k=1}^{N} \frac{1-\cos\big(2\lambda(a_k+1)x\big)}{2\lambda(a_k+1)}\right)\right]$$
$$\times \sin\left(\alpha + A\left(\frac{b}{2\lambda}(\sin 2\lambda x + \cos 2\lambda x - 1) + \sum_{k=1}^{N} \frac{\sin\big(2\lambda(a_k+1)x\big)}{2\lambda(a_k+1)}\right)\right)$$

Проверка:

Начальные условия: при $x = 0$ все слагаемые $\sin, 1-\cos$ обнуляется, $U_1(0) = \cos\alpha$, $U_2(0) = -\sin\alpha$ –выполнено.

Удовлетворение уравнению: Прямая подстановка решения подтверждает тождественное выполнение уравнений для любых A, b, λ, a_k, N.

Таким образом, приведённые формулы дают точное аналитическое решение поставленной задачи Коши для системы Дирака с заданными потенциалами.

Такой подход к решению был применён в некоторых задачах Штурма–Лиувилля, например [7]-[11].

Литературы

Точные решения систем Дирака

1. Багров В.Г., Носков М.Д. New exact solution of the Dirac equation. XI // Soviet Physics Journal. – 1985. – Vol. 27, No. 12. – P. 1030-1034. DOI: 10.1007/BF00895205.
2. Фущич В.И., Штелень В.М. О редукции и точных решениях нелинейного уравнения Дирака // Теоретическая и математическая физика. – 1987. – Т. 72, № 1. – С. 35-44.
3. Савчук А.М., Садовничая И.В. Асимптотические формулы для фундаментальных решений системы Дирака с комплекснозначным суммируемым потенциалом // Дифференциальные уравнения. – 2013. – Т. 49, № 5. – С. 1-10.
4. Желнорович В.А. Общее точное решение системы уравнений Дирака и уравнений Эйнштейна с космологическим членом // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – ...

Математическое моделирование в биологии и социальных науках

5. Тулькибаев Ч.К. Численные методы решения динамической задачи «Гонка вооружений» // ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. – 2024. – С. 1-23.
6. Магомедова Е.С., Магомедов Р.И. Стохастическая модель гонки вооружений // Вестник Дагестанского государственного университета. – 2022. – Т. 37, № 4. – С. 30-35. DOI: 10.21779/2542-0321-2022-37-4-30-35.
7. Mirzaev O., Abdunazarov R., Nosirova G. Partially-isospectral Sturm-Liouville operators and their applications // Scientific journal of Samarkand University. — 2025. — Vol. 3, no. 1(151). — P. 101–111.
8. Abdunazarov R. Recovery of the parameters of a partially isospectral Sturm–Liouville operator on a finite segment // Scientific journal of Samarkand University. — 2025. — Vol. 5, no. 1(153). — P. 79–87.
9. Абдуназаров, Р., Иброхимов, Ж. Б., & Белова, А. С. (2026). ВОСТАНОВЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ОПЕРАТОРА ДИРАКА ПО ДАННЫМ НАБОРАМ СПЕКТРОВ. Journal of International Science Networks, 2(8), 49–54. https://doi.org/10.5281/zenodo.18949567
10. Abdunazarov, R., Ibrohimov, J., & Belova, A. (2026). SHTURM-LIUVILL OPERATORI PARAMETLARINI ANALITIK TIKLASH MASALALARI. Journal of Contemporary World Studies, 4(8), 110–116. https://doi.org/10.5281/zenodo.18949928
11. Абдуназаров, Р., & Аберкулова, Ф. (2026). ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ НА КОНЕЧНОМ ОТРЕЗКЕ. Science Technology & Digital Finance, 4(1), 13–17. https://doi.org/10.5281/zenodo.19080354